136.

а) $\begin{cases} x^2-3x-2y=4 \\ x^2+x-3y=18 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x-2 \\ x^2+x-\frac{3x^2}{2}+\frac{9}{2}x+6=18 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x-2 \\ -\frac{x^2}{2}+\frac{11}{2}x-12=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y=\frac{x^2}{2}-\frac{3}{2}x-2 \\ x^2-11x+24=0 \end{cases}$ D=121–96=25, $x_1=\frac{11+5}{2}=8$, $x_2=\frac{11-5}{2}=3$,

при x=8, $y=\frac{64}{2}-\frac{3\cdot 8}{2}-2=18$. при x=3, $y=\frac{9}{2}-\frac{9}{2}-2=-2$.

Решения (8; 18); (3; –2).

б) $\begin{cases} xy+x=56 \\ xy+y=54 \end{cases}$

Умножим второе на (–1)

$\begin{cases} xy+x=56 \\ -xy-y=-54 \end{cases}$

Заменим второе уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} xy+x=56 \\ y=x-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x(x-2)+x=56 \\ y=x-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x-56=0 \\ y=x-2 \end{cases}$

D=1+224=225, $x_1=\frac{1+15}{2}=8$, $x_2=\frac{1-15}{2}=-7$.

при x=8; y=8–2=6; при x=–7; y=–7–2=–9.
Решения (8; 6); (–7; –9).

в) $\begin{cases} x^2+2x+3y=3 \\ x^2+x+2y=4 \end{cases}$

Умножим второе уравнение на (–1) и заменим его суммой первого и второго: $\begin{cases} x^2+2x+3y=3 \\ x+y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+2x-3-3x=3 \\ y=-1-x \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x-6=0 \\ y=-1-x \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1=3$; $x_2=-2$.
при x=3: y=–4; при x=–2: y=1.
Решения (3; –4); (–2; 1).

г) $\begin{cases} 3x-xy=10 \\ y+xy=6 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 3x+y=16 \\ y+xy=6 \end{cases}$ $\begin{cases} y=16-3x \\ 16-3x+x(16-3x)=6 \end{cases}$ $\begin{cases} y=16-3x \\ 3x^2-13x-10=0 \end{cases}$

D=169+120=289, $x_1=\frac{13+17}{6}=5$, $x_2=\frac{13-17}{6}=-\frac{2}{3}$;

при x=5; y=1; при $x=-\frac{2}{3}$; y=18. Решения (5; 1); ($-\frac{2}{3}$; 18).

137. а) $\begin{cases} x+y=-2 \\ x^2+2xy+y^2=1-xy \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-2 \\ (x+y)^2=1-xy \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-2 \\ xy=-3 \end{cases}$

$\begin{cases} x=-2-y \\ -2y-y^2=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2-y \\ y^2+2y-3=0 \end{cases}$

по теореме Виета: $y_1=1$, $y_2=-3$,
при y=–3; x=–2+3=1, при y=+1; –2–1=–3.
Решения (–3; 1); (1; –3).

б) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x^2-4xy+y^2=2x+3y \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ (2x-y)^2=2x+3y \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x=y+3 \\ 4y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{9}{4} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$

Решение ($\frac{9}{4}$; $\frac{3}{2}$).

в) $\begin{cases} x^2-6xy+9y^2=x-y \\ x-3y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-3y)^2=x-y \\ (x-3y)=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=1 \\ x-3y=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+1 \\ y+1-3y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+1 \\ -2y=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Решение (2; 1).

г) $\begin{cases} x+2y=2 \\ x^2+4y+4y^2=2y+4x \end{cases}$ $\begin{cases} x+2y=2 \\ (x+2y)^2=2y+4x \end{cases}$ $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2y+4x=4 \end{cases}$

$\begin{cases} 2y=2-x \\ 3x=2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{2}{3} \\ x=\frac{2}{3} \end{cases}$ Ответ: ($\frac{2}{3}$; $\frac{2}{3}$).

138.

а) $\begin{cases} xy-2x+3y=6 \\ 2xy-3x+5y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} xy-2x+3y=6 \\ x-y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2-y-2y+2+3y=6 \\ x=y-1 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2=4 \\ x=y-1 \end{cases}$ при y=2, x=2–1=1, при y=–2, x=–2–1=–3.

Решения (1; 2), (–3; –2).

б) $\begin{cases} y^2+3x-y=1 \\ y^2+6x-2y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x=1+y-y^2 \\ y^2+2+2y-2y^2-2y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x=1+y-y^2 \\ y^2=1 \end{cases}$

при y=1; x=$\frac{1}{3}$; при y=–1; x=$-\frac{1}{3}$.

Решения ($\frac{1}{3}$; 1); ($-\frac{1}{3}$; –1).

в) $\begin{cases} x^2+3x-4y=20 \\ x^2-2x+y=-5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+3x-8x+4x^2+20=20 \\ y=2x-x^2-5 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x^2-5x=0 \\ y=2x-x^2-5 \end{cases}$

$\begin{cases} x(x-1)=0 \\ y=2x-x^2-5 \end{cases}$ при x=0; y=–5; при x=1; y=2–1–5=–4.

Решения (0; –5); (1; –4).

г) $\begin{cases} x+xy+y=5 \\ xy-2x-2y+4=0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+y)=5-xy \\ xy-2(x+y)+4=0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+y)=5-xy \\ xy-10+2xy+4=0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x+y)=5-xy \\ xy=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3-y \\ y^2-3y+2=0 \end{cases}$

по теореме Виета: y_1=2, y_2=1. при y=2; x=3–2=1; при y=1; x=3–1=2.
Решения (1; 2); (2; 1).

139.

а) $\begin{cases} (x-2)(y-3)=1 \\ \frac{x-2}{y-3}=1 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-2)(y-3)=1 \\ x-2=y-3, y\neq 3 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-2)^2=1 \\ y-3=x-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x-2=\pm 1 \\ y=x+1 \end{cases}$

при x–2=1; x=3; y=3+1=4; при x–2=–1; x=1; y=1+1=2.
Решения (3; 4), (1; 2).

б) $\begin{cases} (x-3)(y-2)=3 \\ \frac{y-2}{x-3}=3 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-3)(y-2)=3 \\ (y-2)=3(x-3), x\neq 3 \end{cases}$ $\begin{cases} 3(x-3)^2=3 \\ y=3x-7 \end{cases}$ $\begin{cases} x-3=\pm 1 \\ y=3x-7 \end{cases}$

при x-3=1; x=4; y=12–7=5; при x–3=–1; x=2; y=6–7=–1.
Решения (4; 5), (2; –1).

в) $\begin{cases} \frac{x+1}{y-3}=1 \\ (x+1)(y-3)=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x+1=y-3, y\neq 3 \\ (y-3)^2=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y-4 \\ y-3=\pm 2 \end{cases}$

при y–3=2; y=5; x=5–4=1; при y–3=–2; y=1; x=–3.
Решения (1; 5), (–3; 1).

г) $\begin{cases} (x+3)(y-1)=8 \\ \frac{x+3}{y-1}=2 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+3)(y-1)=8 \\ (x+3)=2(y-1), y\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} (y-1)^2=4 \\ x+3=2(y-1), y\neq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} y-1=\pm 2 \\ x=2y-5 \end{cases}$$

при y–1=2; y=3; x=1; при y–1=–2; y=–1; x=–7.
Решения (1; 3), (–7; –1).

140.

а) $\begin{cases} (x+2y)^2+(y-2x)^2=90 \\ (x+2y)+(y-2x)=12 \end{cases}$

Пусть x+2y=t, y–2x=p. Система примет вид:

$$\begin{cases} t^2+p^2=90 \\ t+p=12 \end{cases} \quad \begin{cases} t^2+144+t^2-24t=90 \\ p=12-t \end{cases} \quad \begin{cases} t^2-12t+27=0 \\ p=12-t \end{cases}$$

$t_1=9$, $t_2=3$,
при t=9; p=3 (1); при t=3; p=9 (2);

Рассмотрим первую пару

$$\begin{cases} x+2y=9 \\ y-2x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=9-2y \\ 5y=21 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0{,}6 \\ y=4{,}2 \end{cases}$$

Рассмотрим вторую пару

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ y-2x=9 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3-2y \\ 5y=15 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$$

Решения (–3; 3), (0,6;4,2).

б) $\begin{cases} x+y+\dfrac{x}{y}=15 \\ \dfrac{(x+y)x}{y}=56 \end{cases}$

Пусть x+y=p, $\dfrac{x}{y}$=t. Система примет вид: $\begin{cases} p+t=15 \\ pt=56 \end{cases} \quad \begin{cases} p=15-t \\ t^2-15t+56=0 \end{cases}$

по теореме Виета: $t_1=8$, $t_2=7$,
при t=8; p=7 (1), при t=7; p=8 (2).
Рассмотрим (1)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y}=8 \\ x+y=7 \end{cases} \quad \begin{cases} x=8y,\ y\neq 0 \\ 9y=7 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\dfrac{56}{9} \\ y=\dfrac{7}{9} \end{cases}$$

Рассмотрим (2)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y}=7 \\ x+y=8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=7y,\ y\neq 0 \\ 8y=8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=1 \end{cases}$$

Решения: $(\frac{56}{9};\frac{7}{9})$, (7; 1).

в) $\begin{cases} x+y+\frac{x}{y}=9 \\ \frac{(x+y)x}{y}=20 \end{cases}$ Пусть x+y=p, $\frac{x}{y}$=t. Система примет вид:

$\begin{cases} p+t=9 \\ pt=20 \end{cases}$ $\begin{cases} p=9-t \\ t^2-9t+20=0 \end{cases}$

по теореме Виета: $t_1=5$, $t_2=4$,
при t=5, p=4 (1), при t=4, p=5 (2).
рассмотрим (1)

$\begin{cases} \frac{x}{y}=5 \\ x+y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5y, y\neq 0 \\ 6y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{10}{3} \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$

Рассмотрим (2)

$\begin{cases} \frac{x}{y}=4 \\ x+y=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4y \\ 5y=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

Решения: $(\frac{10}{3};\ \frac{2}{3})$; (4; 1).

г) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=2 \\ \frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}=16 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{y-x}{xy}=2 \\ \frac{(y-x)(y+x)}{xy\cdot xy}=16 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{y-x}{xy}=2 \\ \frac{x+y}{xy}=8 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=2 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=8 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго

$\begin{cases} \frac{2}{x}=10 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=8 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{x}=5 \\ \frac{1}{y}=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{5} \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$

Решение $(\frac{1}{5};\ \frac{1}{3})$.

141.

а) $\begin{cases} (x+y)^2+2x=35-2y \\ (x-y)^2-2y=3-2x \end{cases}$ $\begin{cases} (x+y)^2+2x=35-2y \\ (x-y)^2+2x=3+2y \end{cases}$

$\begin{cases} (x+y)^2+2(x+y)-35=0 \\ (x-y)^2+2(x-y)-3=0 \end{cases}$

Пусть x+y=p, x–y=t; $\begin{cases} p^2+2p-35=0 \\ t^2+2t-3=0 \end{cases}$

по теореме Виета: $p_1=5$, $p_2=-7$, $t_1=1$, $t_2=-3$; $\begin{cases} p=5, p=-7 \\ t=1, t=-3 \end{cases}$

Всевозможные пары: (5, 1) (1), (–7; 1) (2), (5; –3) (3), (–7; –3) (4).

1. $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5-y \\ -2y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-7-y \\ -2y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5-y \\ -2y=-8 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-7-y \\ -2y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$

Решения (3; 2), (–3; –4), (1; 4), (–5; –2).

б) $\begin{cases} 12(x+y)^2+x=2{,}5-y \\ 6(x-y)^2+x=0{,}125+y \end{cases}$ $\begin{cases} 12(x+y)^2+(x+y)-2{,}5=0 \\ 6(x-y)^2+(x-y)-0{,}125=0 \end{cases}$

Пусть p=x+y, t=x–y. Система примет вид

$\begin{cases} 12\mathrm{p}^2+\mathrm{p}-2{,}5=0 \\ 6t^2+t-0{,}125=0 \end{cases}$

Найдем p: D=1+120=121

$p_1=\dfrac{-1+11}{24}=\dfrac{5}{12}$; $p_2=\dfrac{-1-11}{24}=-\dfrac{1}{2}$

Найдем *t*: D=1+3=4

$t_1=\dfrac{-1+2}{12}=\dfrac{1}{12}$; $t_2=\dfrac{-1-2}{12}=-\dfrac{1}{4}$

$\begin{cases} p=\dfrac{5}{12}, p=-\dfrac{1}{2} \\ t=-\dfrac{1}{4}, t=\dfrac{1}{12} \end{cases}$

Получим 4 случая:

1) $\begin{cases} x+y=\dfrac{5}{12} \\ x-y=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=\dfrac{1}{6} \\ y=x+\dfrac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{1}{12} \\ y=\dfrac{1}{3} \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x+y=\dfrac{5}{12} \\ x-y=\dfrac{1}{12} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=\dfrac{1}{2} \\ y=x-\dfrac{1}{12} \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{1}{4} \\ y=\dfrac{1}{6} \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=-\frac{1}{2} \\ x-y=-\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=-\frac{3}{4} \\ y=x+\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{8} \\ y=-\frac{1}{8} \end{cases}$; 4) $\begin{cases} x+y=-\frac{1}{2} \\ x-y=\frac{1}{12} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=-\frac{5}{12} \\ y=x-\frac{1}{12} \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{5}{24} \\ y=-\frac{7}{24} \end{cases}$

Решения: $\left(\frac{1}{12};\frac{1}{3}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{6}\right)$, $\left(-\frac{3}{8};\ -\frac{1}{8}\right)$, $\left(-\frac{5}{24};\ -\frac{7}{24}\right)$

142.

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2-xy}+\frac{4}{y^2-xy}=-\frac{1}{6} \\ \frac{7}{x^2-xy}-\frac{3}{y^2-xy}=\frac{6}{5} \end{cases}$$

Пусть $\frac{1}{x^2-xy}$=p, $\frac{1}{y^2-xy}$=t.

Система примет вид

$$\begin{cases} 5\text{p}+4t=-\frac{1}{6} \\ 7p-3t=\frac{6}{5} \end{cases} \begin{cases} p=-\frac{1}{30}-\frac{4}{5}t \\ -\frac{7}{30}-\frac{28}{5}t-3t=\frac{6}{5} \end{cases} \begin{cases} p=-\frac{1}{30}-\frac{4}{5}t \\ -\frac{43}{5}t=\frac{43}{30} \end{cases} \begin{cases} p=\frac{1}{10} \\ t=-\frac{1}{6} \end{cases}$$

То есть $\begin{cases} x^2-xy=10 \\ y^2-xy=-6 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-y)(x-y)=4 \\ y(x-y)=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=\pm 2 \\ y(x-y)=6 \end{cases}$

1) $\begin{cases} x-y=2 \\ y\cdot 2=6 \end{cases}$ $\begin{matrix} x=5 \\ y=3 \end{matrix}$;   2) $\begin{cases} x-y=-2 \\ y(-2)=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-5 \\ y=-3 \end{cases}$

Решения (5; 3); (–5; –3).

б) $\begin{cases} \frac{4}{x+y-1}-\frac{5}{2x-y+3}+\frac{5}{2}=0 \\ \frac{3}{x+y-1}+\frac{1}{2x-y+3}+\frac{7}{5}=0 \end{cases}$

Пусть a=$\frac{1}{x+y-1}$, b=$\frac{1}{2x-y+3}$. Система примет вид:

$$\begin{cases} 4a-5b+\frac{5}{2}=0 \\ 3a+b+\frac{7}{5}=0 \end{cases} \begin{cases} 4a-5(-3a-\frac{7}{5})=-\frac{5}{2} \\ b=-3a-\frac{7}{5} \end{cases} \begin{cases} 19a=-\frac{19}{2} \\ b=-3a-\frac{7}{5} \end{cases} \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{1}{10} \end{cases}$$

Значит, $\begin{cases} x+y-1=-2 \\ 2x-y+3=10 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго:

$$\begin{cases}3x=6\\ y=2x-7\end{cases}\quad \begin{cases}x=2\\ y=-3\end{cases}$$

Решение (2; –3).

§ 7. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций

143.

Пусть скорости поездов равны u и v соответственно, тогда скорость их сближения равна u+v, значит $\frac{700}{u+v}$=5.

Если 2-й поезд отправится на 7 часов раньше первого, то в момент начала движения 1-го поезда между ними будет 700–7v километров, отсюда 2-е уравнение: $\frac{700-7v}{u+v}$=2. Получим систему:

$$\begin{cases}\frac{700}{u+v}=5\\ \frac{700-7v}{u+v}=2\end{cases}\quad \begin{cases}700=5u+5v\\ 700=2v+9v\end{cases}\quad \begin{cases}u=140-v\\ 700=2u+9v\end{cases}$$

700=280–2v+9v, 7v=420 $\Rightarrow$ v=60$\Rightarrow$ u=80.

Ответ: 60 км/ч, 80 км/ч.

144.

Пусть u –скорость лодки, v – скорость течения реки, тогда имеем систему: $\begin{cases}\frac{14}{u+v}=2\\ \frac{14}{u-v}=2{,}8\end{cases}\quad \begin{cases}14=2u+2v\\ 70=144-14v\end{cases}\quad \begin{cases}u=7-v\\ 70=144-14v\end{cases}$

70=98–14v–14v, 28v=28$\Rightarrow$ v=1$\Rightarrow$u=6.

Ответ: 6 км/ч, 1 км/ч.

145.

Пусть u – скорость лодки в стоячей воде, v – скорость течения реки. Получим систему: $\begin{cases}\frac{10}{u-v}=\frac{5}{4}\\ \frac{9}{u+v}=\frac{3}{4}\end{cases}\quad \begin{cases}8=u-v\\ 12=u+v\end{cases}\quad \begin{cases}2u=20\\ v=4-8\end{cases}\quad \begin{cases}u=10\\ v=2\end{cases}$

Ответ: 10 км/ч, 2 км/ч.

146.

Пусть a и b искомые числа, тогда: $\begin{cases}a+b=12\\ ab=35\end{cases}\quad \begin{cases}a=12-b\\ ab=35\end{cases}$

$(12-b)b=35$, $b^2-12b+35=0$
по теореме Виета: $b_1=5$, $b_2=7$.
Т. к. $a=12-b$, то $a_1=7$, $a_2=5$.
Ответ: 5 и 7.

147.

Пусть a и b – искомые числа, тогда: $\begin{cases} a+b=46 \\ a^2+b^2=1130 \end{cases}$ $\begin{cases} a=46-b \\ a^2+b^2=1130 \end{cases}$

$(46-b)^2+b^2=1130$, $2b^2-92b+2116-1130=0$. $b^2-46b+493=0$.

$D=(-46)^2-4\cdot1\cdot493=144$,

$b_1=\dfrac{46+12}{2}=29$, $b_2=\dfrac{46-12}{2}=17$.

$a_1=46-29=17$; $a_2=46-17=29$

Ответ: 17 и 29.

148.

Пусть a и b – искомые числа, тогда: $\begin{cases} a-b=24 \\ a\cdot b=481 \end{cases}$ $\begin{cases} a=24+b \\ a\cdot b=481 \end{cases}$

$b^2+24b-481=0$. $D_1=144+481=625$. $b_1=-12-25=-37$, $b_2=-12+25=13$.

Т. к. по условию задачи b натуральное число, то b_1 не подходит, значит $b=13\Rightarrow a=37$.

Ответ: (37, 13).

149.

Пусть a и b – искомые натуральные числа, тогда:

$\begin{cases} a-b=16 \\ ab+553=a^2+b^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a=16+b \\ ab+553=a^2+b^2 \end{cases}$

$b^2+16b=256+b^2+32b+b^2-553$. $b^2+16b-297=0$. $D_1=64+297=361$.
$b_1=-8-19=-27$, $b_2=-8+19=11$. Т. к. $b\in N$, то $b=11\Rightarrow a=27$.
Ответ: (27, 11).

150.

Пусть a и b – искомые натуральные числа, тогда:

$\begin{cases} a+b=50 \\ ab+11=a^2-b^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a=50-b \\ 50b-b^2+11=2500+b^2-b^2-100b \end{cases}$

$b^2-150b+2489=0$. $D_1=75^2-2489=3136=56^2$.
$b_1=75-56=19$, $b_2=75+56=131$. Тогда $a_1=31$, $a_2<0\Rightarrow a=31$, $b=19$.

151.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-значное число, тогда

$\begin{cases} 10a+b=4(a+b) \\ 10a+b=3ab \end{cases}$ $\begin{cases} 6a-3b=0 \\ 10a+b-3ab=0 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ 10a+2a-6a^2=0 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a \\ 2a=a^2 \end{cases}$

Решениями полученной системы является пара чисел (0, 0), (2, 4), но поскольку число 0 не принято считать двузначным, то ответом задачи является число 24.

Ответ: 24.

152.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-значное число, тогда

$\begin{cases} 10a+b=6a+6b \\ 10a+b-ab=34 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a=5b \\ 40a+4b-4ab-136=0 \end{cases}$

$50b+4b-5b^2-136=0$. $5b^2-54b+136=0$. $D=729-680=49=7^2$.

$b_1=\frac{27-7}{5}=\frac{20}{5}=4$, $b_2=\frac{27+7}{5}=\frac{39}{5}$.

По смыслу задачи $b\in N\Rightarrow b=4\Rightarrow a=5$.

Ответ: 54.

153.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-значное число, тогда

$\begin{cases} a+b=12 \\ 10a+b+36=10b+a \end{cases}$ $\begin{cases} a=12-b \\ 9a+36=9b \end{cases}$

$108-9b+36=9b$.

$18b=144$.

$b=8\Rightarrow a=4$.

Ответ: 48.

154.

Пусть $\frac{a}{b}$ – искомая дробь, тогда

$\begin{cases} \frac{a+1}{b+1}=\frac{1}{2} \\ a^2+b^2=136 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a+2=b+1 \\ a^2+b^2=136 \end{cases}$ $\begin{cases} b=2a+1 \\ a^2+b^2=136 \end{cases}$

$a^2+4a^2+4a+1-136=0$. $5a^2+4a-135=0$. $D_1=16-4\cdot 5(-135)=2716$.

В условии задачи опечатка.

155.

Пусть a и b – стороны прямоугольника, тогда

$\begin{cases} a+b=14 \\ a^2+b^2=100 \end{cases}$ $\begin{cases} a=14-b \\ a^2+b^2=100 \end{cases}$

$196+b^2-28b+b^2=100$. $b^2-14b+48=0$. $D_1=49-48=1$.

$b_1=6$, $b_2=8$, тогда $a_1=8$, $a_2=6$.

Ответ: 6 и 8 см.

156.

Пусть a и b – катеты, тогда

$$\begin{cases} a+b=49 \\ a^2+b^2=1681 \end{cases} \begin{cases} a=49-b \\ a^2+b^2-1681=0 \end{cases}$$

$2b^2–98b+2401–1681=0$. $b^2–49b+360=0$. $D=2401–1440=961=31^2$.

$b_1=49–31=18$, $b_2=49+31=60$.

$b_1=\dfrac{49+31}{2}=40$; $b_2=\dfrac{49-31}{2}=9$;

$a_1=49-40=9$; $a_2=49-9=40$;

$S=\dfrac{1}{2}\cdot 40\cdot 9=180$ (м^2).

Ответ: 180 см^2.

157.

Пусть a и b –катеты, c – гипотенуза, тогда:

$$\begin{cases} a-b=23 \\ a^2+b^2=1369 \end{cases} \begin{cases} a=23+b \\ a^2+b^2-1369=0 \end{cases}$$

$529+2b^2+46b–1369=0$. $b^2+23b–420=0$. $D=529+1680=2209=47^2$.

$b_1=\dfrac{-23+47}{2}=12$;

$b_2=\dfrac{-23-47}{2}=-35$ – не подходит по смыслу задачи;

$a=23+12=35$; $c=\sqrt{35^2+12^2}=37$; p=12+35+37=84 (дм).

Ответ: 84 дм.

158.

Пусть a и b – катеты, тогда

$$\begin{cases} a+b+37=84 \\ a^2+b^2=1369 \end{cases} \begin{cases} a=47-b \\ a^2+b^2-1369=0 \end{cases}$$

$2209+2b^2–94b–1369=0$. $b^2–47b+420=0$. $D=2209–1680=529=23^2$.

$b_1=\dfrac{47-23}{2}=12$, $b_2\dfrac{47+23}{2}=35$. $a_1=35$, $a_2=12$.

$S=\dfrac{1}{2}ab=\dfrac{1}{2}\cdot 35\cdot 12=210$ (см^2).

Ответ: 210 см^2.

159.

Пусть u – скорость лодки в стоячей воде и v – скорость течения реки, тогда $\begin{cases} \dfrac{20}{u-v}+\dfrac{20}{u+v}=7 \\ \dfrac{2}{u-v}=\dfrac{5}{u+v} \end{cases}$

По смыслу задачи на u–v и u+v не равны нулю. поэтому можно умножить обе части каждого из уравнений на u^2-v^2, получаем:

$$\begin{cases} 20u+20v+20u-20v=7u^2-7v^2 \\ 2u+2v=5u-5v \end{cases} \quad \begin{cases} 7u^2-7v^2-40u=0 \\ 7v=3u \end{cases}$$

$$\begin{cases} u=\dfrac{7}{3}v \\ 7u^2-7v^2-40u=0 \end{cases} \qquad \frac{7^3v^2}{9}-7v^2-\frac{7\cdot 40v}{3}=0.$$

$49v^2-9v^2-120v=0$. $v(v-3)=0$. По смыслу задачи $v\neq 0 \Rightarrow v=3$.

Ответ: 3 км/ч.

160.

Пусть u – скорость первого пешехода, v – второго, тогда имеем систему:

$$\begin{cases} \dfrac{24}{u}=\dfrac{24}{v}-2 \\ \dfrac{24}{u+2}=\dfrac{24}{v+1}-2 \end{cases}$$

По смыслу задачи ни один из знаменателей не равен нулю, поэтому умножим 1-е уравнение на uv, и 2-е на (u+2)(v+1), получим равносильную систему: $\begin{cases} 24v-24u+2uv=0 \\ 24v+24-24u-42+24v+24+4v+u=0 \end{cases}$

Учитывая 1-е уравнение системы, 2-е можно переписать в виде:

24–42+24+4v+4=0, т. е. получим систему:

$$\begin{cases} 24v-24u+2uv=0 \\ 4v+2u-20=0 \end{cases} \quad \begin{cases} u=10-2v \\ 24v-24u+2uv=0 \end{cases}$$

$24v-240+48v+20v-4v^2=0$; $v^2-23v+60=0$; $D=529-240=289=17^2$;

$v_1=\dfrac{23-17}{2}=\dfrac{6}{2}=3$, $v_2=\dfrac{23+17}{2}=\dfrac{40}{2}=20$; $u_1=4$, $u_2<0$.

Ответ: 4 км/ч, 3 км/ч.

161.

Пусть в первом зале x мест в ряду, а во втором – y, тогда имеем систему:

$$\begin{cases} \dfrac{350}{x}=\dfrac{480}{y}+5 \\ y=x+10 \end{cases}$$

По смыслу задачи и x и y отличны от нуля, поэтому:

$$\begin{cases} 350y-480x-5xy=0 \\ y=x+10 \end{cases}$$

$350x+3500-480x-5x^2-50x=0$; $x^2+36x-700=0$; $D=1296+2800=64^2$;

$x_1 = \dfrac{-36+64}{2} = 14$;

$x_2 = \dfrac{-36-64}{2} = -50$ – не подходит по смыслу задачи.

$y = 14 + 10 = 24$.

Ответ: 14 и 24 места.

162.

Пусть в красном зале x рядов, а в синем – y, тогда получим систему:

$\begin{cases} x = y + 2 \\ \dfrac{320}{x} = \dfrac{360}{y} - 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = y + 2 \\ 320y - 360x + 4xy = 0 \end{cases}$

$320y - 360y - 720 + 4y^2 + 8y = 0$; $y^2 - 18y - 180 = 0$; $\dfrac{D}{4} = 16 + 180 = 196 = 14^2$;

$y_1 = 4 + 14 = 18$, $y_2 < 0$; $x_1 = 20$.

Ответ: 20 – в красном, 18 – в синем.

163.

Пусть x человек должно было сдавать экзамен по математике, тогда каждому человеку предполагалось выдать $\dfrac{400}{x}$ листов бумаги, получили уравнение: $\dfrac{400}{x} + 1 = \dfrac{400}{x-20}$.

$400x - 8000 + x^2 - 20x - 400x = 0$; $x^2 - 20x - 8000 = 0$; $\dfrac{D}{4} = 100 + 8000 = 8100 = 90^2$.

$x_1 = 10 + 90 = 100$, $x_2 < 0$.

Так как отсеялось 20 человек, то экзамен по математике сдавало 100 – 20 = 80 человек.

Ответ: 80 человек.

164.

Пусть 1-й комбайн работая один может выполнить задание за x часов, а второй за y, примем объем всей работы за 1, тогда получим систему:

$\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = 6 \\ x = y - 5 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{xy}{x + y} = 6 \\ x = y - 5 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = 6x + 6y \\ y = x + 5 \end{cases}$

$x^2 + 5x = 6x + 6x + 30$; $x^2 - 7x - 30 = 0$; $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$;

$x_1 \dfrac{7+13}{2} = 10$, $x_2 < 0$.

Ответ: за 10 часов.

165.

Пусть 1-я бригада может выполнить работу за x часов, а вторая – за y. Примем весь объем работы за 1. Получим систему:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = 8 \\ x = y-12 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 8x+8y \\ y = x+12 \end{cases}$$

$x^2+12x=8x+8x+96$; $x^2-4x-96=0$; $D_1=4+96=10^2$; $x_1=2+10=12$, $x_2<0$.

Ответ: 12 часов.

166.

Пусть 1-му экскаватору требуется x часов, а 2-му – y часов. Приняв весь объем работы за 1 получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \dfrac{15}{4} \\ x = y-4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4xy = 15x+15y \\ y = x-4 \end{cases}$$

$4x^2-16x-15x-15x+60=0$, $2x^2-23x+30=0$,

$D=529-4\cdot 2\cdot 30=289$

$x_1=\dfrac{23+17}{4}=10$; $x_2=\dfrac{23-17}{4}=\dfrac{3}{2}$

$y_1=10-4=6$; $y_2=\dfrac{3}{2}-4<0$ – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: за 10 ч. и 6 ч.

167.

Пусть 1-й кран наполняет чан за x часов, а 2-й – за y, тогда

$$\begin{cases} x = 2y \\ \dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y \\ \dfrac{xy}{x+y} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y \\ xy = x+y \end{cases}$$

$2y^2=3y$; $y(2y-3)=0$; $y=\dfrac{3}{2}=2x=3$. $x=2\cdot\dfrac{3}{2}=3$

Ответ: первый – за 3, второй – за $\dfrac{3}{2}$ часа.

168.

Пусть x часов потребовалось бы 1-й машинистке и y ч. – второй. Примем весь объем работ за 1 и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \dfrac{20}{3} \\ x = y - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3xy = 20x + 20y \\ y = x - 3 \end{cases}$$

$3y^2$–9y=20y–60+20y; $3y^2$–49y+60=0; D=2401–720=1681=41^2;

$y_1 = \dfrac{49-41}{5} = \dfrac{4}{3}$, $y_2 = \dfrac{49+41}{6}$ =15; x_1<0, x_2=12.

Ответ: 12 часов – первой, 15 – второй.

169.

Пусть 1-й тракторист вспахивает поле за x часов, а второй – за y. Приняв весь объем работы за 1, получим:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = 48 \\ \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{x}} + \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{y}} = 100 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 48x + 48y \\ x + y = 200 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 9600 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

200y–y^2–9600=0; y^2–200y+9600=0; D_1=10000–9600=400=20^2;

y_1=100–20=80, y_2=120; x_1=120, x_2=80.

Ответ: 120 часов: 80 часов.

170.

Пусть первый рабочий может выполнить задание за x часов, а второй – за y. Приняв весь объем работ за 1 получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = 2 \\ \dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{x}} + \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{y}} = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2xy = 4x + 4y \\ 2x + 3y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} 20y - 3y^2 = 40 - 6y + 4y \\ 2x = 20 - 3y \end{cases}$$

$3y^2$–22y+40=0; $D = 484 - 4 \cdot 3 \cdot 40 = 4$

$y_1 = \dfrac{22+2}{6} = 4$, $y_2 = \dfrac{22-2}{6} = \dfrac{10}{3}$; x_1=4, x_2=5.

Т. к по условию задачи x≠y, то

ответ: 5 ч., 3ч. 20 мин.

171.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-е число, тогда получим:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ 10a + b - 9 = 10b + a \end{cases} \quad \begin{cases} 9a - 9b = 9 \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 + b \\ a^2 + b^2 = 13 \end{cases}$$

$1+b^2+2b+b^2=13$; $2b^2+2b-12=0$;

$b^2+b-6=0$. По т. Виета $b_1=-3$, $b_2=2$.

По смыслу задачи $b>0 \Rightarrow b=2 \Rightarrow a=3$, искомое число $10 \cdot 3 + 2 = 32$.

Ответ: 32.

172.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-е число, тогда получим систему:

$$\begin{cases} 10a + b + 10b + a = 143 \\ a^2 + b^2 = 97 \end{cases} \quad \begin{cases} 11a + 11b = 143 \\ a^2 + b^2 = 97 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 13 - b \\ 169 + b^2 - 26b + b^2 = 97 \end{cases}$$

$b^2-13b+36=0$

по теореме Виета: $b_1=4$, $b_2=9$; $a_1=9$, $a_2=4$.

Ответ: 94; 49.

173.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-е число, тогда

$$\begin{cases} b(10a + b) = 376 \\ 10a + b - 10b - a = 45 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 5 \\ 10ab + b^2 - 376 = 0 \end{cases}$$

$50b+11b^2-376=0$; $\dfrac{D}{4}=625+4136=4761=69^2$;

$b_1=\dfrac{-25+69}{11}=4$, $b_2<0$; $a_1=9$.

Ответ: 94.

174.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое число, тогда

$$\begin{cases} 3ab = 10a + b \\ 10a + b + 18 = 10b + a \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = -2 \\ 3ab = 10a + b \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - 2 \\ 3b^2 - 6b = 10b - 20 + b \end{cases}$$

$3b^2-17b+20=0$; $D=289-240=49=7^2$;

$b_1=\dfrac{17-7}{6}=\dfrac{5}{3}$, $b_2=4$;

$a_1<0$, $a_2=2$.

Ответ: 24.

175.

Пусть a и b – искомые натуральные числа, тогда: $\begin{cases} ab = 720 \\ a = 3b + 3 \end{cases}$

$3b^2+3b-720=0$; $b^2+b-240=0$; $D=1+960=961=31^2$

$b_1=\dfrac{-1+31}{2}=15$, $b_2<0$; $a_1=48$.

Ответ: 48 и 15.

176.

Пусть m и n – искомые натуральные числа, тогда имеем систему:

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 1000 \\ m = 2n + 5 \end{cases}$$

$4n^2+20n+25-n^2-1000=0$; $3n^2+20n-975=0$; $D_1=100+2925=3025=55^2$

$n_1=\dfrac{10+55}{3}=15$, $n_2<0$; $m_1=35$.

Ответ: 35 и 15.

177.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-е число, тогда

$$\begin{cases} 10a + b = 4(a+b) + 3 \\ 10a + b = 3ab + 5 \end{cases} \begin{cases} 6a - 3 = 3b \\ 10a + b = 3ab + 5 \end{cases} \begin{cases} b = 2a - 1 \\ 10a + 2a - 1 = 6a^2 - 3a + 5 \end{cases}$$

$2a^2-5a+2=0$; $D=25-16=9^2-3^2$

$a_1=\dfrac{5-3}{4}=\dfrac{1}{2}$, $a_2=2$; $b_2=3$.

Ответ: 23.

178.

Пусть $\overline{ab}$ – искомое 2-е число, тогда

$$\begin{cases} 10a + b = 7(a+b) + 6 \\ 10a + b = 3ab + a + b \end{cases} \begin{cases} 3a - 6b = 6 \\ 9a = 3ab \end{cases} \begin{cases} a = 2 + 2b = 8 \\ b = 3 \end{cases}$$

Ответ: 83.

179.

Пусть имеется x рельсов по 25 м и y рельсов по 12,5 м, тогда

$$\begin{cases} 25x + \dfrac{y}{2}\cdot 12{,}5 = 20000 \\ 12{,}5y + \dfrac{2}{3}x\cdot 25 = 20000 \end{cases} \begin{cases} 100x + 25y = 80000 \\ 75y + 100x = 120000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100x = 80000 - 25y \\ 75y + 80000 - 25y = 12000 \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{80000 - 25y}{100} \\ y = \dfrac{40000}{50} \end{cases}$$

$\begin{cases} x = 600 \\ y = 800 \end{cases}$ Общее количество: 600 + 800 = 1400 (штук)

Ответ: 1400 штук.

180.

Пусть u – скорость велосипедиста, v – скорость мотоциклиста, тогда

$$\begin{cases}\frac{1}{60}v-\frac{1}{60}u=0{,}60\\ \frac{120}{u}=\frac{120}{v}+3\end{cases}\quad \begin{cases}v-u=36\\ 40v=40u+uv\end{cases}\quad \begin{cases}u=v-36\\ 40v=40v-1440+v^2-36v\end{cases}$$

$v^2-36v-1440=0$; $D=1296-4\cdot 1\cdot(-1440)=84^2$;

$v_1=\frac{36+84}{2}=60$; $v_2<0$ – не подходит по условию задачи.

$u=60-36=24$ (км/ч).

Ответ: 60 км/ч, и 24 км/ч.

181.

Пусть u м/с – скорость 1-й модели, v м/с – 2-й, тогда имеем систему:

$$\begin{cases}60=21u+6v\\ 45u+30v=180\end{cases}\quad \begin{cases}20=7u+2v\\ 12-3u=2v\end{cases}\quad \begin{cases}20=7u+12-34\\ v=\frac{12-34}{2}\end{cases}\quad \begin{cases}u=2\\ v=3\end{cases}$$

Ответ: 2 м/с, 3 м/с.

182.

Пусть u и v – скорости лыжников, тогда:

$$\begin{cases}\frac{2}{u}=\frac{2}{v}+0{,}1\\ \frac{4}{v}=\frac{2}{u}\end{cases}\quad \begin{cases}v=2u\\ 2v=2u+0{,}1uv\end{cases}$$

$4u=2u+0{,}1\cdot 2u^2$; $u^2-10u=0$;

$u_1=0$ – не подходит по смыслу задачи.

$u_2=10$ (км/ч); $v=2\cdot 10=20$ (км/ч).

Ответ: 10 и 20 км/ч.

183.

Пусть скорость велосипедиста v км/ч и t – время, через которое из A выехал мотоциклист, тогда получим систему

$$\begin{cases}\frac{20}{v}=\frac{20}{50}+t\\ t+\frac{70}{50}+\frac{6}{10}+\frac{70-\frac{10}{3}v}{50}=\frac{10}{3}\end{cases}\quad \begin{cases}t=20(\frac{1}{v}-\frac{1}{50})\\ 50t+70+30+70-\frac{10}{3}v=\frac{100}{3}\end{cases}$$

15t–v+1=0; $\frac{300}{v}$ –6–v+1=0; $v^2+5v-300=0$; D=25+1200=1225=35^2;

$v_1=\frac{-5+35}{2}=15$ (км/ч), $v_2=\frac{-5-35}{2}=-20$ – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 15 км/ч.

184.

Пусть вторая встреча произошла на расстоянии *a* км. от пункта А. Тогда расстояние от места второй встречи до пункта В – ($a + 4$) км. $\Rightarrow$

Скорость 1-го пешехода $v_1 = \dfrac{a}{1} = a$ (км/ч).

Скорость 2-го пешехода $v_2 = \dfrac{a+4}{2{,}5} = \dfrac{2(a+4)}{5}$ (км/ч).

$AB = 2a + 4$

2-й пешеход пришел в пункт В на 1,5 ч. позже, чем 1-й пешеход в пункт А, поэтому $\dfrac{2AB}{v_2} - \dfrac{2AB}{v_1} = 1{,}5$ ч., т.е.

$$\frac{2(2a+4)\cdot 5}{2(a+4)} - \frac{2(2a+4)}{a} = 1{,}5 \Rightarrow 9a^2 - 20a - 64 = 0$$

$\Rightarrow a_1 = 4;\ \ a_2 = -\dfrac{16}{9}$ – не подходит по смыслу задачи.

$v_1 = a = 4$ (км/ч); $v_2 = \dfrac{2(a+4)}{5} = 3{,}2$ (км/ч).

Ответ: $v_1 = 4$ (км/ч), $v_2 = 3{,}2$ (км/ч).

185.

Пусть v км/ч – скорость поезда, выходящего из А и S км – расстояние между А и В, тогда

$$\begin{cases} \dfrac{S}{2v} = \dfrac{S}{2(v+40)} + 2 \\ \dfrac{S}{v+(v+40)} = \dfrac{15}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} S = \dfrac{4}{\dfrac{1}{v} - \dfrac{1}{v+40}} \\ \dfrac{S}{2v+40} = \dfrac{15}{4} \end{cases}$$

$$\frac{\dfrac{\dfrac{4}{40}}{v(v+40)}}{2v+40} = \frac{15}{4} \qquad \frac{\dfrac{v(v+40)}{10}}{2v+40} = \frac{15}{4}$$

$4v(v+40)=150(2v+40)$; $4v^2+160v-300v-6000=0$;

$4v^2-140v-6000=0$;

$D_1=70^2+24000=4900+24000=28900=170^2$

$v_1=\dfrac{70+170}{4}=\dfrac{240}{4}=60$ км/ч, $v_2<0$.

$v+40=100$ км/ч. $S = \dfrac{15(v+20)}{2} = \dfrac{15\cdot(60+20)}{2} = 600$ (км).

Ответ: 60 и 100 км/ч, 600 км.

186.

Пусть x м/с и y м/с – скорость точек. $x > y$ Примем за начальный момент времени – совпадения точек. тогда через 1 минуту, точка с большей скоростью пройдет на 1 круг больше, т.е. получили систему

$$\begin{cases} \frac{60}{y} - \frac{60}{x} = 5 \\ 60x = 60y + 60 \end{cases} \quad \begin{cases} 12x - 12y = xy \\ x = y + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 12y + 12 - 12y = y(y+1) \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + y - 12 = 0 \\ x = y + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3,\ y = -4 \\ x = 3 + 1 = 4 \end{cases}$$

$y = -4$ – не подходит.

Ответ: 3м/с и 4 м/с.

187.

Пусть на реке он плыл x часов, а пешком шел y часов, тогда получим:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ (\frac{90}{x})— = (\frac{10}{y})x \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 4 \\ \frac{9y}{x} = \frac{x}{y} \end{cases} \quad \frac{9y}{y+4} = \frac{y+4}{y}$$

$9y^2=y^2+8y+16$; $y^2-y-2=0$.

По т. Виета $y_1=2$, $y_2=-1$.

По смыслу задачи $y>0$, поэтому $y=2 \Rightarrow x=6$.

Ответ: 6 часов по реке и 2 – пешком.

188.

Пусть y км/ч – скорость катера, x км/ч – скорость течения, тогда получим:

$$\begin{cases} \frac{96}{x+y} + \frac{96}{y-x} = 14 \\ (x+y) = \frac{4}{3}(y-x) \end{cases} \quad \begin{cases} 48(y-x) + 48(x+y) = 7(y-x)(y+x) \\ (x+y) = \frac{4}{3}(y-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 48(y-x) + 64(y-x) = \frac{28}{3}(y-x)^2 \\ (x+y) = \frac{4}{3}(y-x) \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = 12 \\ y + x = \frac{4}{3}(y-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - x = 12 \\ y + x = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 14 \\ x = 2 \end{cases}$$

Теперь нетрудно вычислить расстояние до места встречи по формуле:

$\frac{96}{x+y}$ – столько времени был катер в пути до поворота.

$\frac{96}{x+y} \cdot x$ – столько за это время проплыл катер.

$96-\dfrac{96\cdot x}{x+y}$ – такое расстояние между ними.

$\dfrac{96-\frac{96x}{x+y}}{y}$ – они проплывут его за столько времени.

$\left(\dfrac{96}{x+y}+\dfrac{96-\frac{96x}{x+y}}{y}\right)$x – то, что надо найти.

$$\left(\frac{96}{2+14}+\frac{96-\frac{96\cdot 2}{2+14}}{14}\right)\cdot 2=24 \text{ (км)}$$

Ответ: 24 км.

189.

пусть 1-му для уборки требуется x часов, а второму – y часов. Тогда

$$\begin{cases} x-y=4 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{x}+\dfrac{4}{y}=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y+4 \\ 6y+4x=xy \end{cases}$$

$6y+4y+16=y^2+4y$; $y^2-6y-16=0$.

По т. Виета $y_1=8$, $y_2=-2$. По смыслу задачи $y>0$, поэтому $y=8 \Rightarrow x=12$.

Ответ: 12 часов и 8 часов.

190.

Пусть бригаде учеников требуется x часов, тогда бригаде слесарей – y часов. Примем весь объем работ за 1, получим:

$$\begin{cases} x-y=15 \\ 18\cdot\dfrac{1}{x}+6\cdot\dfrac{1}{y}=0{,}6 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x-15 \\ 18y+6x=0{,}6xy \end{cases}$$

$18x-270+6x=0{,}6x^2-9x$; $x^2-55x+450=0$;

$D=55^2-4\cdot 450=35^2$

$x_1=\dfrac{55+35}{2}=45$; $x_2=\dfrac{55-35}{2}=10$;

$y_1=45-15=30$ (ч);

$y_2=10-15<0$ – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 45 часов.

191.

Пусть 1-му требуется x дней, а 2-му – y. Приняв весь объем работ за 1, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=3 \\ 7\cdot\frac{1}{x}+(7-\frac{3}{2})\frac{1}{y}=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=3 \\ 14y+14x-3x=2xy \end{cases} \quad \begin{cases} x=3+y \\ 14y+11x=2xy \end{cases}$$

$14y+33+11y=5y+2y^2$; $2y^2-19y-33=0$; $D=361+466=625=25^2$

$y_1=\frac{19+25}{4}=11$, $y_2<0$, $x_1=14$.

Ответ: 14 дней – первому, 11 дней – второму.

192.

Пусть для выполнения работы 1-й бригаде требуется x дней, а 2-й – y дней, тогда, приняв всю работу за 1, получим:

$$\begin{cases} \frac{18}{x}+\frac{18}{y}=1 \\ \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{x}}\cdot\frac{1}{x}+(40-\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{x}})\cdot\frac{1}{y}=1 \end{cases}$$

$\frac{1}{x}$ – часть работы, которую 1-я бригада выполняет за 1 день.

$$\begin{cases} 18y+18x=xy \\ \frac{2}{3}+(40-\frac{2x}{3})\frac{1}{y}=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 18y+18x=xy \\ \frac{2}{3}+\frac{40}{y}-\frac{2x}{3y}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18y+18x=xy \\ 2y+120-2x=3y \end{cases} \quad \begin{cases} 18y+18x=xy \\ y=120-2x \end{cases}$$

$2160-36x+18x=120x-2x^2$; $2x^2-138x+2160=0$; $x^2-69x+1080=0$;

$D=4761-4320=441=21^2$; $x_1=\frac{69-21}{2}=24$, $x_2=\frac{69+21}{2}=45$.

$y_1=72$, $y_2=30$.

Ответ: 24 – первой и 72 – второй или 45 – первой и 30 – второй.

Опечатка в ответе задачника.

193.

Пусть бассейн наполняется за x часов, а опустошается за y часов, тогда

$$\begin{cases} x-y=2 \\ \frac{1}{3(\frac{1}{y}-\frac{1}{x})}=8 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{xy}{3(x-y)}=8 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=2 \\ xy=48 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2+y \\ xy=48 \end{cases}$$

$y^2+2y-48=0$; $D_1=1+48=49=7^2$; $y_1=-1+7=6$, $y_2<0 \Rightarrow x=8$.

Ответ: за 8 – наполняет, за 6 – опустошает.

194.

Пусть u и v – скорости точек, тогда имеем систему:

$$\begin{cases}(60-3u)^2+(80-3v)^2=4900\\(60-5u)^2+(80-5v)^2=2500\end{cases}$$

$$\begin{cases}3600+9u^2+9v^2-360u-480v+6400-4900=0\\25u^2+25v^2-600u-800v+7500=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}9(u^2+v^2-40u-40v)-120v+5100=0\\u^2+v^2-40u-40v=-16u-8v-300\end{cases}$$

$$\begin{cases}-144u-72v-2700-120v+5100=0\\u^2+v^2-40u-40v=-16u-8v-300\end{cases}$$

$$\begin{cases}-144u-192v+2400=0\\u^2+v^2-40u-40v=-16u-8v-300\end{cases}$$

$$\begin{cases}3u+4v=50\\u^2+v^2-40u-40v=-16u-8v-300\end{cases}$$

$$\begin{cases}u=\dfrac{50-4v}{3}\\u^2+v^2-24u-32v+300=0\end{cases}$$

$2500+16v^2-400v+9v^2-3600+288v-288v+2700=0$; $25v^2-400v+1600=0$;
$v^2-16v+64=0$; $(v-8)^2=0\Rightarrow v=8\Rightarrow u=6$.
Ответ: 6 и 8 м/с.

195.

Пусть вкладчик первоначально положил x рублей под y% . Тогда получим

$$\begin{cases}\dfrac{x}{100}\cdot y=200\\\dfrac{(x+\frac{xy}{100}+1800)(y+100)}{100}=4400\end{cases}$$

$$\begin{cases}xy=20000\\20000+200y+1800y+100x+20000+180000=440000\end{cases}$$

$$\begin{cases}xy=20000\\20y+x=2200\end{cases}\quad\begin{cases}x=2200-20y\\xy=20000\end{cases}$$

$-20y^2+2200y-20000=0$; $y^2-110y+1000=0$; $\dfrac{D}{4}=2025=45^2$

$y_1=55-45=10$, $y_2=55+45=100$. $x_1=2000$, $x_2=200$.
Ответ: 2000 р. под 10%/год или 200 р. под 100%/год.
Опечатка в ответе задачника.

196.

Пусть взяли x г. 40% раствора и y г. 10%-го, тогда

$$\begin{cases} x+y=800 \\ \dfrac{x}{100}\cdot 40+\dfrac{y}{100}\cdot 10=\dfrac{800}{100}\cdot 21{,}25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=800 \\ 4x+y=1700 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x=920 \\ y=800-x \end{cases} \quad \begin{cases} x=300 \\ y=500 \end{cases}$$

Ответ: 300г – 40%-го раствора и 400 – 10%.

197.

Пусть было x л 40%-го и y л 60%-го раствора, тогда:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{100}\cdot 40+\dfrac{y}{100}\cdot 60=\dfrac{x+y+5}{100}\cdot 20 \\ \dfrac{x}{100}\cdot 40+\dfrac{y}{100}\cdot 60+\dfrac{5}{100}\cdot 80=\dfrac{x+y+5}{100}\cdot 70 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=x+y+5 \\ 4x+6y+40=7x+7y+35 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5-2y \\ 3x+y-5=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5-2y \\ 15-6y+y-5=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Ответ: 1 литр 40%-го и 2 л 60%-го раствора.

198.

Пусть m кг – масса 3-го слитка, и ω – %-е содержание в нем меди, тогда

$$\begin{cases} \dfrac{5}{100}\cdot 30+\dfrac{m}{100}\cdot \omega=\dfrac{5+m}{100}\cdot 56 \\ \dfrac{3}{100}\cdot 30+\dfrac{m}{100}\cdot \omega=\dfrac{3+m}{100}\cdot 60 \end{cases} \quad \begin{cases} 150+\omega m=280+56m \\ 90+\omega m=180+60m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega m=130+56m \\ 90+130+56m=180+60m \end{cases} \quad \begin{cases} m=10(\text{ђ‹}) \\ \omega=69(\%) \end{cases}$$

Процентное содержание меди в сплаве всех трех слитков вычислим по формуле: $100\%\dfrac{\frac{5}{100}\cdot 30+\frac{3}{100}\cdot 30+\frac{10}{100}\cdot 69}{5+3+10}=51\dfrac{2}{3}\%$.

Глава 3. Числовые функции

§ 9. Определение числовой функции. Область определения, область значений функции

199.
а) $(-\infty; +\infty)$; б) $[0; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; 0)\cup(0; +\infty)$.

200.
а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$.

201.
а) Знаменатель не нулевой при любых x $(-\infty; +\infty)$;
б) Знаменатель не равен 0 ни при каких x. $(-\infty; +\infty)$;
в) Из тех же соображений $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$.

202.
а) $x\neq 7$, т. е. $(-\infty; 7)\cup(7; +\infty)$; б) $4x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -\frac{1}{4}$; $(-\infty; -\frac{1}{4})\cup(\frac{1}{4}; +\infty)$;
в) $x+3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -3$; $(-\infty; -3)\cup(-3; +\infty)$;
г) $8+5x\neq 0 \Leftrightarrow 5x\neq -8 \Leftrightarrow x\neq -\frac{8}{5}$; $(-\infty; -\frac{8}{5})\cup(-\frac{8}{5}; +\infty)$.

203.
а) $x-2\neq 0$, т. е. $x\neq 2$. $(-\infty; 2)\cup(2;+\infty)$;
б) $2x+1\neq 0$, т. е. $x\neq -\frac{1}{2}$. $(-\infty; -\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2}; +\infty)$;
в) $3-x\neq 0$, т. е. $x\neq 3$. $(-\infty; 3)\cup(3;+\infty)$;
г) $2+3x\neq 0$, т. е. $x\neq -\frac{2}{3}$. $(-\infty;-\frac{2}{3})\cup(-\frac{2}{3}; +\infty)$.

204.
а) $x(x+1)\neq 0$, т. е. $x\neq 0$, $x\neq -1$. $(-\infty;-1)\cup(-1; 0)\cup(0; +\infty)$;
б) $x^2(x-5)\neq 0$, т. е. $x\neq 0$, $x\neq 5$. $(-\infty;0)\cup(0; 5)\cup(5;+\infty)$;
в) $x(7-x)\neq 0$, т. е. $x\neq 0$, $x\neq 7$. $(-\infty; 0)\cup(0; 7)\cup(7; +\infty)$;
г) $x^2(6+x)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$, $x\neq -6$. $(-\infty; -6)\cup(-6; 0)\cup(0; +\infty)$.

205.
а) $(x-1)(x+2)\neq 0$, т. е. $x\neq 1$, $x\neq -2$. $(-\infty; -2)\cup(-2; 1)\cup(1; +\infty)$;
б) $(x+50)(2x+7)\neq 0$, т. е. $x\neq -50$, $x\neq -\frac{7}{2}$. $(-\infty; -50)\cup(-50; -\frac{7}{2})\cup(-\frac{7}{2}; +\infty)$.
в) $(x+12)(6x-3)\neq 0$, т. е. $x\neq -12$, $x\neq \frac{1}{2}$. $(-\infty; -12)\cup(-12; \frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2}; +\infty)$;
г) $(5x-4)(x-13)\neq 0$, т. е. $x\neq \frac{4}{5}$, $x\neq 13$. $(-\infty; \frac{4}{5})\cup(\frac{4}{5}; 13)\cup(13; +\infty)$.

206.

а) $x^2-5x+4\neq0$

по теореме Виета: $x_1=4$, $x_2=1$. $x\neq4$, $x\neq1$. $(-\infty; 1)\cup(1; 4)\cup(4; +\infty)$;

б) $x^2+2x-3\neq0$

по теореме Виета: $x_1=1$, $x_2=-3$. $x\neq1$, $x\neq-3$, $(-\infty; -3)\cup(-3; 1)\cup(1; +\infty)$;

в) $2x^2-9x+7\neq0$, $D=81-56=25$ $x_1\frac{9+5}{4}=\frac{7}{2}$; $x_2=\frac{9-5}{4}=1$

$x\neq1$, $x\neq\frac{7}{2}$

$(-\infty; 1)\cup(1; \frac{7}{2})\cup(\frac{7}{2}; +\infty)$;

г) $3x^2-x-10\neq0$, $D=1+120=121$

$x_1=\frac{1+11}{6}=2$; $x_2=\frac{1-11}{6}=-\frac{5}{3}$

$x\neq2$; $x\neq\frac{5}{3}$ $(-\infty; -\frac{5}{3})\cup(-\frac{5}{3}; 2)\cup(2; +\infty)$.

207.

Функция определена, когда подкоренное выражение неотрицательно.

а) $x-3\geq$, $x\geq3$; б) $x+11\geq0$, $x\geq-11$; в)$x+4\geq0$, $x\geq-4$; г) $2-x\geq0$, $x\leq2$

208.

а) $x^2+13>0$ всегда; б) $x^2+1>0$ всегда;

в) $x^2+24>0$ всегда; г) $22+x^2>0$ всегда.

а)–г) $(-\infty; +\infty)$.

209.

а) $x^2-9\geq0$, $x^2\geq9$, $|x|\geq3$, $x\geq3$, $-3\geq x$. $(-\infty; -3]\cup[3; +\infty)$;

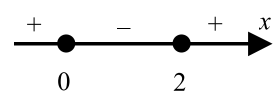
б) $7-x^2\geq0$, $x^2\leq7$, $|x|\leq\sqrt{7}$, $-\sqrt{7}\leq x\leq\sqrt{7}$;

в) $x^2-144\geq0$, $x^2\geq144$, $|x|\geq12$, $x\geq12$, $x\leq-12$;

г) $20-x^2\geq0$, $x^2\leq20$, $|x|\leq\sqrt{20}$, $-\sqrt{20}\leq x\leq\sqrt{20}$.

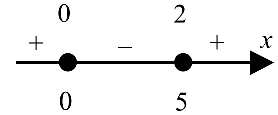
210.

а) $2x-x^2\leq0$, $x^2-2x\leq0$, $x(x-2)\leq0$, $0\leq x\leq2$



б) $\frac{1}{3}x^2-3\geq0$, $x^2-9\geq0$, $x\geq3$, $x\leq-3$ (см. 209а)

в) $x^2-5x\geq0$, $x(x-5)\geq0$, $x\geq5$, $x\leq0$

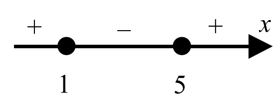


г) $\frac{1}{5}x^2-5\geq0$, $x^2\geq25$, $x\geq5$, $x\leq-5$

211.

а) $x^2-6x+5\geq0$

по теореме Виета:



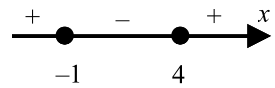
$x_1=5$, $x_2=1$, $(x-5)(x-1)\ge 0$, $x\ge 5$, $x\le 1$;

б) $-x^2+3x+4\ge 0$

$x^2-3x-4\le 0$

по теореме Виета:

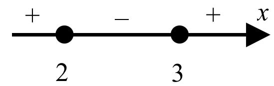
$x_1=4$, $x_2=-1$, $(x-4)(x+1)\le 0$, $-1\le x\le 4$;



в) $x^2-5x+6\ge 0$

по теореме Виета:

$x_1=3$, $x_2=2$, $(x-2)(x-3)\ge 0$, $x\ge 3$, $x\le 2$;

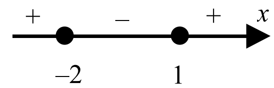


г) $-2+x+x^2\ge 0$

$x^2+x-2\ge 0$

по теореме Виета:

$x_1=1$, $x_2=-2$, $(x-1)(x-2)\ge 0$, $x\ge 1$, $x\le -2$.



212.

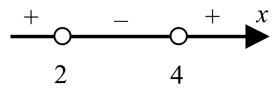
а) $x-2>0$, $x>2$;

б) $x^2-6x+8>0$

по теореме Виета:

$x_1=4$, $x_2=2$, $(x-2)(x-4)>0$

$x>4$, $x<2$;

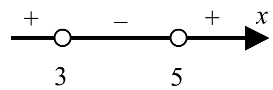


в) $x+3>0$, $x>-3$;

г) $x^2-8x+15>0$

по теореме Виета:

$x_1=5$, $x_2=3$, $(x-3)(x-5)>0$, $x>5$, $x<3$.



213.

а) $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$; $\begin{cases}2-x\ge 0\\ x+2>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\le 2\\ x>-2\end{cases}$ $-2<x\le 2$;

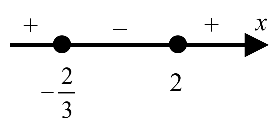
б) $y=\dfrac{\sqrt{4x+6}}{\sqrt{3x+4}}$; $\begin{cases}4x+6\ge 0\\ 3x+4>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge -\dfrac{3}{2}\\ x>-\dfrac{4}{3}\end{cases}$ $x>-\dfrac{4}{3}$;

в) $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}}$ $\begin{cases}x+1\ge 0\\ x+3>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge -1\\ x>-3\end{cases}$ $x\ge -1$;

г) $y=\dfrac{\sqrt{5-3x}}{\sqrt{4x+8}}$ $\begin{cases}5-3x\ge 0\\ 4x+8>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x\le 5\\ 4x>-8\end{cases}$ $\begin{cases}x\le \dfrac{5}{3}\\ x>-2\end{cases}$ $-2<x\le \dfrac{5}{3}$.

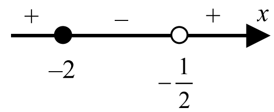
214.

а) $y=\sqrt{\dfrac{2-x}{3x+2}}$

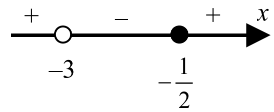


$\frac{2-x}{3x+2}\geq 0$; $\frac{x-2}{x+\frac{2}{3}}\leq 0$; $-\frac{2}{3}<x\leq 2$

б) $y=\sqrt{\frac{3x+6}{2x+1}}$

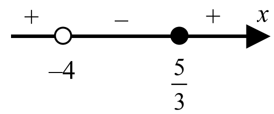


$\frac{3x+6}{2x+1}\geq 0$; $\frac{x+2}{x+\frac{1}{2}}\geq 0$; $x>-\frac{1}{2}$, $x\leq -2$



в) $y=\sqrt{\frac{2x+1}{x+3}}$; $\frac{2x+1}{x+3}\geq 0$; $\frac{x+\frac{1}{2}}{x+3}\geq 0$

$x\geq -\frac{1}{2}$, $x<-3$;



г) $y=\sqrt{\frac{5-3x}{2x+8}}$; $\frac{5-3x}{2x+8}\geq 0$; $\frac{3(x-\frac{5}{3})}{2(x+4)}\leq 0$;

$\frac{x-\frac{5}{3}}{x+4}\leq 0$; $-4<x\leq \frac{5}{3}$.

215.

а) $y=x^2$; б) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$; в) $y=\frac{1}{\sqrt{-x}}$; г) $y=\frac{1}{\sqrt{x+10}}$.

216.

а) $y=\frac{1}{\sqrt{3-x}\sqrt{x-1}}$; б) $y=\sqrt{(x+1)(6-x)}$;

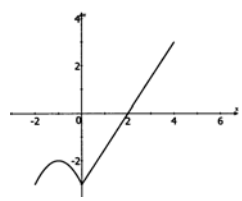
в) $y=\sqrt{x(3-x)}$; г) $y=\sqrt{(-5-x)(x+2)}$.

217.

а) $y=x$; б) $y=x^2$.

218.

а)



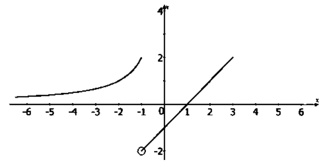
219.

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{2}{x}, & \text{если } \le -1\\ x-1, & \text{если } -1 < x \le 3\end{cases}$$

а) D (f)=(–∞; 3];

б) f(–2)=1, f(–1)=2, f(8)=–1, f(3)=2, f(7) – не существует.

в)



г) E(f)=(–2; 2].

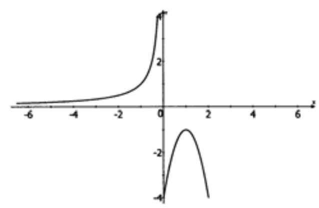
220.

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{x}, & \text{если } x < 0\\ -3x^2+6x-4, & \text{если } \le x \le 2\end{cases}$$

а) D(f)=(–∞; 2]; б) f(–3)=$\dfrac{1}{3}$; f(–1)=1; f(0)=–4; f(2)=–3·4+12–4=–4;

f(5) – не существует.

в)



г) E(f)=[–4; –1]∪(0; +∞).

221.

а) f(x)=$\begin{cases}x^2, & \text{если } -2 \le x \le 1\\ x+1, & \text{если } 0 < x < 3\end{cases}$. Найдем f(1). С одной стороны f(1)=1, с другой – 2. Задание некорректно.

б) f(x)= $\begin{cases}\sqrt{x}, & \text{если } 0 \le x \le 4\\ x^2, & \text{если } x \ge 4\end{cases}$

Подозрения вызывает только точка x=4. С одной стороны f(4)=2, с другой – 16. Задание некорректно.

222.

а) $y=\dfrac{1}{(x+1)(x^2-7x-8)}$; $(x+1)(x^2-7x-8)\neq 0$;

по теореме Виета: $x_1=8$, $x_2=-1$, $(x+1)^2(x-8)\neq 0$, $x\neq -1$, $x\neq 8$;

б) $y=\dfrac{x+1}{(x^2-9)(x^2+x-2)}$; $(x^2-9)(x^2+x-2)\neq 0$;

по теореме Виета: $x_1=1$, $x_2=-2$, $(x-3)(x+3)(x-1)(x+2)\neq 0$.

$(-\infty;\,-3)\cup(-3;\,-2)\cup(-2;\,1)\cup(1;\,3)\cup(3;\,+\infty)$;

в) $y=\dfrac{x}{(x^2-1)(x^2-2x-15)}$; $(x^2-1)(x^2-2x-15)\neq 0$;

по теореме Виета: $x_1=5$, $x_2=-3$, $(x-1)(x+1)(x+3)(x-5)\neq 0$,

$(-\infty;\,-3)\cup(-3;\,-1)\cup(-1;\,1)\cup(1;\,5)\cup(5;\,+\infty)$;

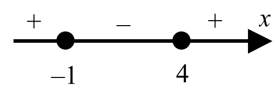
г) $y=\dfrac{3}{(x+5)(x^2-5x-6)}$; $(x+5)(x^2\text{-}5x\text{-}6)\neq 0$;

по теореме Виета: $x_1=6$, $x_2=-1$, $(x+5)(x-6)(x+1)\neq 0$, $x\neq -5$, $x\neq -1$, $x\neq 6$.

223.

а) $y=\dfrac{\sqrt{3x-2}}{x^2-x+2}$ $\begin{cases}3x-2\geq 0\\ x^2-x+2\neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq \dfrac{2}{3}\\ (-\infty;+\infty)\end{cases}$ $D=1-8=-7<0$; $x\geq \dfrac{2}{3}$;

б) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-3x-4}}{16-x^2}$ $\begin{cases}x^2-3x-4\geq 0\\ 16-x^2\neq 0\end{cases}$



по теореме Виета:, $x_1=4$, $x_2=-1$

$\begin{cases}(x-4)(x+1)\geq 0\\ x\neq \pm 4\end{cases}$ $\begin{cases}x\leq -1,\ x\geq 4\\ x\neq \pm 4\end{cases}$

$x<-4$, $-4<x\leq -1$, $x>4$;

в) $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{3-2x}$; $\begin{cases}x+2\geq 0\\ 3-2x\neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq -2\\ x\neq \dfrac{3}{2}\end{cases}$ $-2\leq x<\dfrac{3}{2}$; $\dfrac{3}{2}<x$;

г) $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{1-2x}$ $\begin{cases}4-x^2\geq 0\\ 1-2x\neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}|x|\leq 2\\ x\neq \dfrac{1}{2}\end{cases}$ $\begin{cases}-2\leq x\leq 2\\ x\neq \dfrac{1}{2}\end{cases}$ $-2\leq x\leq \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{2}<x<2$.

224.

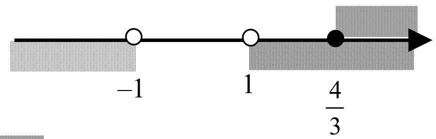
а) $y=\dfrac{3-2x}{\sqrt{5x+2}}$; $5x+2>0$; $x>-\dfrac{2}{5}$; б) $y=\dfrac{4x+5}{\sqrt{2-4x}}$; $2-4x>0$; $x<\dfrac{1}{2}$;

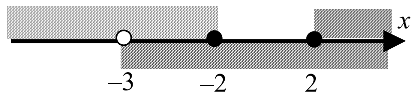
в) $y=\dfrac{4-3x}{\sqrt{x+3}}$; $x+3>0$; $x>-3$; г) $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{4-x}}$; $4-x>0$; $x<4$.

225.

а) $y=\dfrac{\sqrt{3x-4}}{\sqrt{x^2-1}}$; $\begin{cases}3x-4\ge 0\\ x^2-1>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge \dfrac{4}{3}\\ x^2>1\end{cases}$

$\begin{cases}x\ge \dfrac{4}{3}\\ x>1, x<-1\end{cases}$ x≥ $\dfrac{4}{3}$;

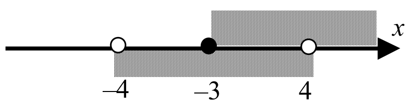




б) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x+3}}$

$\begin{cases}x^2-4\ge 0\\ x+3>0\end{cases}$ $\begin{cases}x^2\ge 4\\ x>-3\end{cases}$

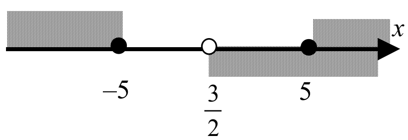
$\begin{cases}|x|\ge 2\\ x>-3\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge 2,\quad x\le -2\\ x>-3\end{cases}$ −3<x≤−2, x≥2;



в) $y=\dfrac{\sqrt{2x+6}}{\sqrt{16-x^2}}$

$\begin{cases}2x+6\ge 0\\ 16-x^2>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge -3\\ |x|<4\end{cases}$

$\begin{cases}x\ge -3\\ -4<x<4\end{cases}$ −3≤x<4;

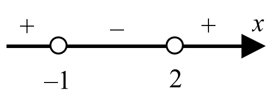


г) $y=\dfrac{\sqrt{2x^2-50}}{\sqrt{2x-3}}$

$\begin{cases}2x^2-50\ge 0\\ 2x-3>0\end{cases}$ $\begin{cases}x^2\ge 25\\ x>\dfrac{3}{2}\end{cases}$

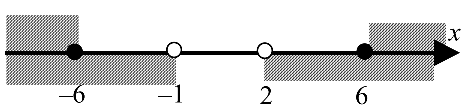
$\begin{cases}x\ge 5,\quad x\le -5\\ x>\dfrac{3}{2}\end{cases}$ x≥5.

226.



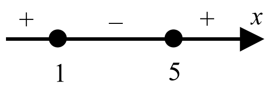
а) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-36}}{\sqrt{x^2-x-2}}$

$\begin{cases}x^2-36\ge 0\\ x^2-x-2>0\end{cases}$

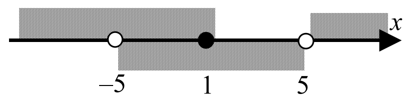


$\begin{cases} |x| \ge 6 \\ (x-2)(x+1) > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \ge 6, x \le -6 \\ x > 2, x < -1 \end{cases}$ x≥6, x≤–6;



б) y=$\dfrac{\sqrt{x^2-6x+5}}{\sqrt{25-x^2}}$; $\begin{cases} x^2-6x+5 \ge 0 \\ 25-x^2 > 0 \end{cases}$

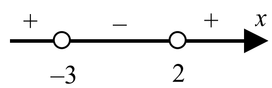


по теореме Виета:
x_1=5, x_2=+1

$\begin{cases} (x-1)(x-5) \ge 0 \\ |x| < 5 \end{cases}$ $\begin{cases} x \le 1, x \ge 5 \\ -5 < x < 5 \end{cases}$

–5<x≤1;

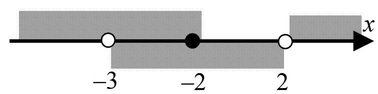
в) y=$\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{6-x-x^2}}$



$\begin{cases} x^2-4 \ge 0 \\ 6-x-x^2 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 \ge 4 \\ x^2+x-6 < 0 \end{cases}$

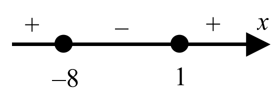
по теореме Виета:
x_1=2, x_2=–3

$\begin{cases} |x| \ge 2 \\ (x-2)(x+3) < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge 2, x \le -2 \\ -3 < x < 2 \end{cases}$



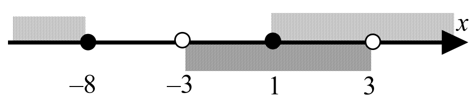
–3<x≤–2;

г) y=$\dfrac{\sqrt{x^2+7x-8}}{\sqrt{9-x^2}}$; $\begin{cases} x^2+7x-8 \ge 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases}$



по теореме Виета:
x_1=1, x_2=–8

$\begin{cases} (x-1)(x+8) \ge 0 \\ |x| < 3 \end{cases}$



$\begin{cases} x \ge 1, x \le -8 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$

1≤x<3.

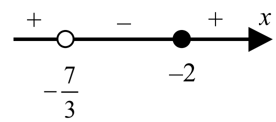
227.

а) *f*(x)=$\dfrac{\sqrt{7x+1}}{x^2-x-2}$; $\begin{cases} 7x+1 \ge 0 \\ x^2-x-2 \ne 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 2, \quad x_2 = -1$

$\begin{cases} x \ge -\frac{1}{7} \\ x \ne 2, x \ne -1 \end{cases}$ $-\frac{1}{7}\le$x<2, x>2;

б) f(x)=$\sqrt{\frac{3x+7}{x+2}}$; $\frac{3x+7}{x+2}\ge 0$



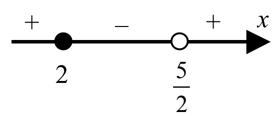
$\frac{x+\frac{7}{3}}{x+2}\ge 0$; x$\le -\frac{7}{3}$, x>–2.

Опечатка в ответе задачника.

в) f(x)=$\frac{\sqrt{x-2}}{x^2-5x+4}$; $\begin{cases} x-2 \ge 0 \\ x^2-5x+4 \ne 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1=4$, $x_2=1$; $\begin{cases} x \ge 2 \\ x \ne 1, x \ne 4 \end{cases}$; 2≤x≤4, x>4;

г) f(x)=$\sqrt{\frac{x-2}{5-2x}}$; $\frac{x-2}{5-2x}\ge 0$

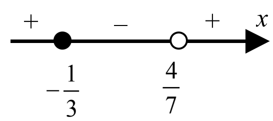


$\frac{x-2}{x-\frac{5}{2}}\le 0$; 2≤x<$\frac{5}{2}$.

228.

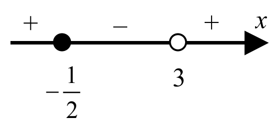
а) f(x)=$\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x-3}}$; $\begin{cases} 2x+1 \ge 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge -\frac{1}{2} \\ x > 3 \end{cases}$; x>3;

б) f(x)=$\sqrt{\frac{3x+1}{7x-4}}$; $\frac{3x+1}{7x-4}\ge 0$



$\frac{x+\frac{1}{3}}{x-\frac{4}{7}}\ge 0$; x>$\frac{4}{7}$, x$\le -\frac{1}{3}$;

в) f(x)=$\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$; $\frac{2x+1}{x-3}\ge 0$



$\frac{x+\frac{1}{2}}{x-3}\ge 0$; x>3, x$\le -\frac{1}{2}$;

г) f(x)=$\frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x-4}}$; $\begin{cases} 3x+1 \ge 0 \\ 7x-4 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x > \frac{4}{7} \end{cases}$ x> $\frac{4}{7}$.

229.

а) y= $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{9-x} \cdot \sqrt{(x-5)(x-7)}$;

б) y= $\frac{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{10-x} \cdot \sqrt{(x-3)(x-6)}}{x-3}$;

в) y= $\frac{1}{\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{2-x} \cdot \sqrt{x^2-1}}$;

г) y= $\frac{\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{(x+2)(x-1)}}{\sqrt{x+5} \cdot (x+2)}$.

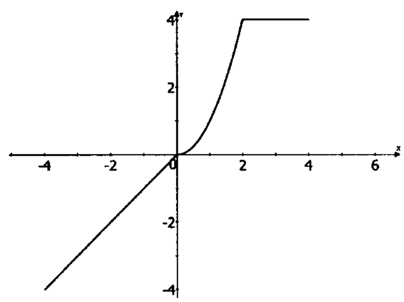
230.

y=f(x)= $\begin{cases} x, \text{если } x \leq 0 \\ x^2, \text{если } 0 < x < 2 \\ 4, \text{если } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

а) D(f)=(–∞; 4];

б) f(–2)=–2; f(0)=0, f(2)=4, f(4)=4, f(8) – не существует;

в)



г) E(f)=(–∞; 4].

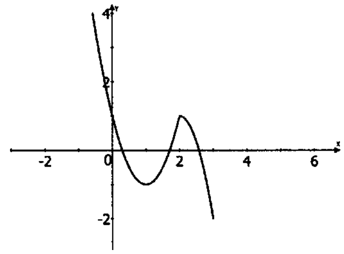
231.

y=f(x)= $\begin{cases} 2x^2 - 4x + 1, \text{если } x \leq 2 \\ -3(x-2)^2 + 1, \text{если } 2 < x \leq 3 \end{cases}$

а) D(f)=(–∞; 3];

б) f(0)=1, f(2)=1, f(3)=–2, f(4), f(5) – не существует;

в)



г) E(f)=[–2; +∞).

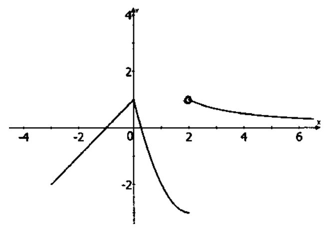
232.

$$y=f(x)=\begin{cases} x+1, \text{если} -3 \le x \le 0 \\ x^2-4x+1, \text{если } 0 < x \le 2 \\ \dfrac{2}{x}, \text{если } x > 2 \end{cases}$$

а) D(f)=[–3; +∞);

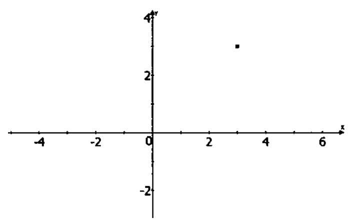
б) f(–5) – не существует; f(–2)=–1, f(0)=1, f(2)=–3, f(4)=$\frac{1}{2}$;

в)

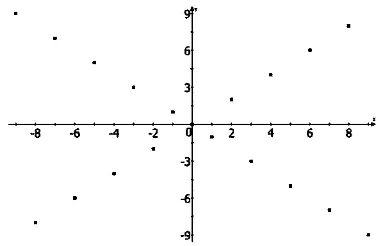


г) E(f)=[–3; 1].

233.



234.



§ 10. Способы задания функций

235.

а) Да, является. б) Да, является. На горизонтальной оси стоит y.
в) Да, является. г) Нет, не является.

236.

б), в) и г).

237.

а) Является, y=x+2; б) да, является. y=2|x|–2;
в) нет, не является; г) да, является. y=$\frac{|x-2|-|x+2|}{2}$.

238.

а) Задает. y=x^2. б) Не задает.
в) Задает. y=$\sqrt{x+4}$. г) Задает. y=$-(x+2)^2+4=-x^2-4x$.

239.

а) f(x)=–2x–2; (опечатка в ответе задачника)
б) f(x)=$(x+2)^2-2=x^2+4x+2$;
в) f(x)=$\frac{3}{2}$ x+2; (опечатка в ответе задачника)
г) f(x)=$-(x-2)^2+4=-x^2+4x$.

240.

а) f(x)=$\frac{2}{x}$;
б) f(x)=$-\sqrt{x+5}$ +2;
в) f(x)=$\sqrt{x+2}$ –1; (опечатка в ответе задачника)
г) y=$-\frac{3}{x}$. (опечатка в ответе задачника)

241.

а) S(1)=90 (км); S(2,5)=225 (км); S(4)=360 (км);

б) 1800=90t; t=20 (ч); в) 15 мин.=0,25 ч. $S=90\cdot 0{,}25=22{,}5$ (км);

г) 450 м=0,45 км; t=0,005 ч.

242.

а) t(36)=3; t(2,7)= $\frac{9}{40}$; t(144)=12;

б) $\frac{S}{12}$ =4,5; S=54;

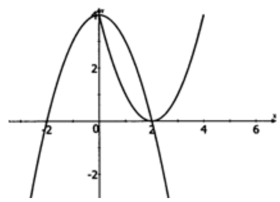
в) 150 м=0,15 км; t(0,15)= $\frac{0{,}15}{12}=\frac{0{,}05}{4}=\frac{5}{400}$ ч.;

г) 45 с= $\frac{3}{4}$ мин.= $\frac{3}{240}$ ч. $\frac{3}{240}=\frac{S}{12}$. S= $\frac{3}{20}$ =0,15 (км)=150 м.

243.

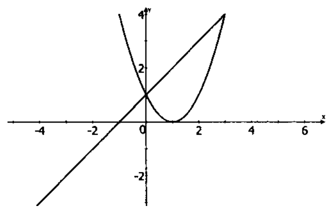
а) $-x^2+4=(x-2)^2$

Строим график правой и левой части.



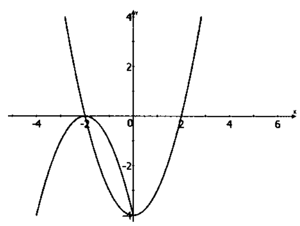
Абсциссы точек пересечения: 0; 2. Решения: 0; 2.

б) Строим график обеих частей.



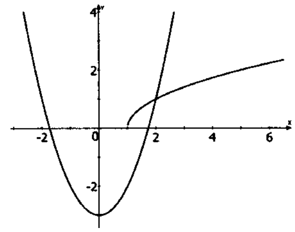
Абсциссы точек пересечения: 0; 3.

в) $x^2-4=-(x+2)^2$



Абсциссы точек пересечения: 0; −2.

г) $x^2-3=\sqrt{x-1}$



Абсциссы точек пересечения: 2.

244.

а) S(1)=6; S(2,5)=22,5; S(4)=48;

б) $240=2t^2+4t$; $t^2+2t-120=0$; $D=4-4\cdot 1(-120)=22^2$

$t_1=\frac{-2+22}{2}=10$; $t_2=\frac{-2-2}{2}=-12$ – не подходит по смыслу задачи.

Итак, $t=10$ (ч.)

в) 45 мин.=0,75 ч.$=\frac{3}{4}$ ч. $S=2\cdot\frac{9}{16}+4\cdot\frac{3}{4}=\frac{18}{16}+3=4\frac{1}{8}$ (км);

г) 350 м=0,35 км; $2t^2+4t=0{,}35$; $2t^2+4t-0{,}35=0$

$\frac{D}{4}=4+0{,}7=4{,}7$

$t_1=\frac{-2+\sqrt{4{,}7}}{2}$ (ч.); $t_2=\frac{-2-\sqrt{4{,}7}}{2}$ (ч.) – не подходит по смыслу.

245.

а) $V=\frac{1}{3}Sh$; $S=\frac{3V}{h}$; $h=\frac{3V}{S}$;

б) $V=\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 1{,}4=\frac{2{,}8}{3}$ м^3;

в) 45 дм^3=0,045 м^3; $S=\frac{3\cdot 0{,}045}{0{,}4}=\frac{3\cdot 0{,}45}{4}=\frac{1{,}35}{4}$ м^2;

г) 2500 см^2=0,25 м^2; $h=\frac{3\cdot 5}{0{,}25}=60$. (м).

246.

а) $y=2x^2-1$; б) $y=-3(x+1)^2$; в) $y=-3x^2+4$; г) $y=3(x-2)^2$.

247.

а) f(1)=1; б) f(8)=2; в) f(5)=2; г) f(12)=3.

Опечатка в ответе задачника.

248.

а) f(73)=9. Опечатка в ответе задачника.

б) f(–6)=6; в) f(–3)=9; г) f(12)=4.

249.

Область значений – множество {0, 1, 4, 5, 6, 9}, вследствие того, что квадраты целых чисел оканчиваются всегда на одну из этих цифр.

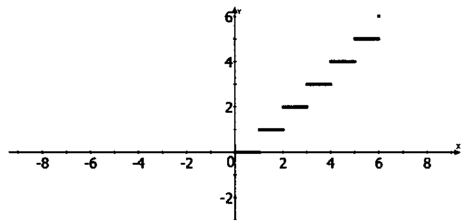
250.

а) y= f(x)= $\begin{cases} 4, \text{если } x \le -5 \\ (x+3)^2, \text{если } -5 < x < -2 \\ x+3, \text{если } x \ge -2 \end{cases}$

Опечатка в ответе задачника.

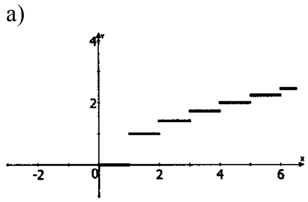
б) y= f(x)= $\begin{cases} (x+2)^2+1, \text{если -4} \le x \le -1 \\ 2\,|\,x\,|, \text{если} -1 < x < 1 \\ \sqrt{x-1}+2, \text{ если } x \ge 1 \end{cases}$

251.



252.

а)



б)